# 1 Les suites

Une suite est une liste ordonnée de nombres.

Par exemple, les nombres premiers[1] {2 ; 3 ; 5 ; 7 ;11 ; 13 ; 17 ; 19 ; ...} forment un suite de nombres (qui n'est ni une suite arithmétique, ni une suite géométrique).

Un élément d'une suite sera nommée $u$ et indicé avec un numéro d'ordre.

Le premier élément d'une suite sera donc noté $u_0$, le second $u_1$, ... et ainsi de suite.

# 2 Les suites arithmétiques

**Définition** Une suite arithmétique est une suite dont la valeur de chaque élément correspond à la valeur de l'élément précèdent additionné d'un terme appelé « raison »(noté $r$ dans la formule ci-dessous).

$$u_{n+1} = u_n + r$$

**Calcul du énième terme** Le calcul d'un élément quelconque est aisé à déduire.

Par exemple, pour $n = 5$,

$$u_5 = ((((u_0 + r) + r) + r) + r) + r$$

Soit

$$u_5 = u_0 + (5 \times r)$$

On peut facilement généraliser la formule en :

$$u_n = u_0 + (n \times r)$$

**Calcul de la somme des termes** Dans une suite arithmétique, on peut rapidement observer que l'addition des éléments opposés est une constante.

$$u_0 + u_n = u_1 + u_{n-1} = u_2 + u_{n-2} = ...$$

Sachant que pour $\Sigma u_{0\to n}$ il y a $n+1$ additions, nous pouvons déduire qu'il y a $\frac{(n+1)}{2}$ paires opposées d'éléments.

$$\Sigma u_{0\to n} = \frac{(n+1)}{2}(u_0 + u_n)$$

Une autre méthode utilise la valeur médiane des éléments ($\frac{(u_0+u_n)}{2}$) sachant que la progression de la suite est linéaire et qu'il y a $n + 1$ additions.

$$\Sigma u_{0\to n} = (n+1)\frac{(u_0 + u_n)}{2}$$

Les deux formules sont équivalentes.

1. Les nombres premiers sont les nombres qui sont divisibles que par 1 et par eux-même.

# 3 Les suites géométriques

**Définition** Une suite géometrique est une suite dont la valeur de chaque élément correspond à la valeur de l'élément précèdent multiplié par un terme appelé « raison » (noté $r$ dans la formule ci-dessous).

$$u_{n+1} = u_n \times r$$

**Calcul du énième terme** Le calcul d'un élément quelconque est aisé à déduire.

Par exemple, pour $n = 5$,

$$u_5 = ((((u_0 \times r) \times r) \times r) \times r) \times r$$

Soit

$$u_5 = u_0 + (r^5)$$

On peut facilement généraliser la formule en :

$$u_n = u_0 \times (r^n)$$

**Calcul de la somme des termes** La démonstration du calcul de la somme de $n$ éléments d'un suite géométrique ne sera pas réalisée dans le cadre du cours. La formule est donc directement posée.

$$\mathit{\Sigma} u_{o \to n} = u_0 \frac{(1 - r^{(n+1)})}{(1 - r)}$$

On peut cependant vérifier que cette formule est bien correcte.

Soit $u_0 = 1$, $r = 3$ et $n = 4$, la liste des éléments est alors $\{1\,;\,3\,;\,9\,;\,27\,;\,81\}$.

La somme des éléments est donc **121**.

La formule est donc

$$\mathit{\Sigma} u_{o \to 4} = 1 \frac{(1 - 3^{(4+1)})}{(1 - 3)}$$

$$\mathit{\Sigma} u_{o \to 4} = \frac{(1 - 3^{(5)})}{(-2)}$$

$$\mathit{\Sigma} u_{o \to 4} = \frac{(1 - 243)}{(-2)}$$

$$\mathit{\Sigma} u_{o \to 4} = \frac{(-242)}{(-2)}$$

$$\mathit{\Sigma} u_{o \to 4} = \mathbf{121}$$

Les deux nombres correspondent bien.