1 Les suites

Une suite est une liste ordonnée de nombres.

Par exemple, les nombres premiers 1 {2; 3; 5; 7;11; 13; 17; 19; ...} forment un suite de nombres (qui n'est ni une suite arithmétique, ni une suite géométrique).

Un élément d'une suite sera nommée u et indicé avec un numéro d'ordre.

Le premier élément d'une suite sera donc noté u_0 , le second u_1 , ... et ainsi de suite.

2 Les suites arithmétiques

Définition Une suite arithmétique est une suite dont la valeur de chaque élément correspond à la valeur de l'élément précèdent additionné d'un terme appelé « raison » (noté r dans la formule cidessous).

$$u_{n+1} = u_n + r$$

Calcul du énième terme Le calcul d'un élément quelconque est aisé à déduire.

Par exemple, pour n = 5,

$$u_5 = ((((u_0 + r) + r) + r) + r) + r$$

Soit

$$u_5 = u_0 + (5 \times r)$$

On peut facilement généraliser la formule en :

$$u_n = u_0 + (n \times r)$$

Calcul de la somme des termes Dans une suite arithmétique, on peut rapidement observer que l'addition des éléments opposés est une constante.

$$u_0 + u_n = u_1 + u_{n-1} = u_2 + u_{n-2} = \dots$$

Sachant que pour $\Sigma u_{0\to n}$ il y a n+1 additions, nous pouvons déduire qu'il y a $\frac{(n+1)}{2}$ paires opposées d'éléments.

$$\Sigma u_{0\to n} = \frac{(n+1)}{2}(u_0 + u_n)$$

Une autre méthode utilise la valeur médiane des éléments $(\frac{(u_0+u_n)}{2})$ sachant que la progression de la suite est linéaire et qu'il y a n+1 additions.

$$\Sigma u_{0\to n} = (n+1)\frac{(u_0 + u_n)}{2}$$

Les deux formules sont équivalentes.

^{1.} Les nombres premiers sont les nombres qui sont divisibles que par 1 et par eux-même.

3 Les suites géométriques

Définition Une suite géométrique est une suite dont la valeur de chaque élément correspond à la valeur de l'élément précèdent multiplié par un terme appelé « raison » (noté r dans la formule ci-dessous).

$$u_{n+1} = u_n \times r$$

Calcul du énième terme Le calcul d'un élément quelconque est aisé à déduire.

Par exemple, pour n = 5,

$$u_5 = ((((u_0 \times r) \times r) \times r) \times r) \times r$$

Soit

$$u_5 = u_0 + (r^5)$$

On peut facilement généraliser la formule en :

$$u_n = u_0 \times (r^n)$$

Calcul de la somme des termes La démonstration du calcul de la somme de n éléments d'un suite géométrique ne sera pas réalisée dans le cadre du cours. La formule est donc directement posée.

$$\Sigma u_{o \to n} = u_0 \frac{(1 - r^{(n+1)})}{(1 - r)}$$

On peut cependant vérifier que cette formule est bien correcte.

Soit $u_0 = 1$, r = 3 et n = 4, la liste des éléments est alors $\{1; 3; 9; 27; 81\}$.

La somme des éléments est donc 121.

La formule est donc

$$\Sigma u_{o\to 4} = 1 \frac{(1 - 3^{(4+1)})}{(1 - 3)}$$

$$\Sigma u_{o\to 4} = \frac{(1 - 3^{(5)})}{(-2)}$$

$$\Sigma u_{o\to 4} = \frac{(1 - 243)}{(-2)}$$

$$\Sigma u_{o\to 4} = \frac{(-242)}{(-2)}$$

$$\Sigma u_{o\to 4} = \mathbf{121}$$

Les deux nombres correspondent bien.

2 sur 2 9/2025