

1.

Données

$$R_L = 385\,000\text{ km}$$

$$T_L = 27,3\text{ jours}$$

$$T_S = 1\text{ jour}$$

$$r_T = 6\,375\text{ km}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

Inconnues

$$a) m_T ?$$

$$b) h_S ?, v_S ?$$

Outils

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

$$F_c = \frac{mv^2}{R}$$

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{cste}$$

Transformations

a)

$$\frac{G m_T m_L}{R_L^2} = \frac{m_L v_L^2}{R_L}$$

$$\frac{G m_T}{R_L} = v_L^2$$

$$\frac{G m_T}{R_L} = \left(\frac{2\pi R_L}{T_L} \right)^2$$

$$m_T = \frac{4\pi^2 R_L^3}{G T_L^2}$$

b)

$$\frac{T_L^2}{R_L^3} = \frac{T_S^2}{R_S^3}$$

$$R_S^3 = \frac{T_S^2 R_L^3}{T_L^2}$$

$$R_S = \sqrt[3]{\frac{T_S^2 R_L^3}{T_L^2}}$$

$$h_S = R_S - r_T$$

$$v_S = \frac{2\pi R_S}{T_S}$$

Conversion

$$385\,000\text{ km} = 385\,000\,000\text{ m}$$

$$27,3\text{ jours} = 2\,358\,720\text{ s}$$

$$1\text{ jour} = 86\,400\text{ s}$$

$$6\,375\text{ km} = 6\,375\,000\text{ m}$$

Résolution

$$m_T = \frac{4 \pi^2 (385\,000\,000\,m)^3}{6,67\,10^{-11}\,N\,\frac{m^2}{kg^2} (2\,358\,720\,s)^2}$$

$$m_T = 6,07\,10^{24}\,kg$$

$$R_S = \frac{\sqrt[3]{(1\,jour)^2 (385\,000\,km)^3}}{(27,3\,j)^2}$$

$$R_S = \sqrt[3]{\frac{5,707\cdot 10^{16}\,km^3}{745,29}}$$

$$R_S = 42\,464\,km$$

$$h_S = 42\,464\,km - 6\,375\,km$$

$$h_S = 36\,089\,km$$

$$v_S = \frac{2\pi\,42\,464\,km}{24\,h}$$

$$v_S = \frac{266810\,km}{24\,h}$$

$$v_S = 11\,117\,km/h$$

Réponse

a) La masse de la Terre est de $6,07\cdot 10^{24}\,kg$.

b) L'altitude d'un satellite géostationnaire est de 36 089 km et sa vitesse est de 11 117 km/h.

2.

Données

$$R_T = 150\cdot 10^6\,km$$

$$T_T = 365,25\,jours$$

$$T_M = 687\,jours$$

Inconnues

$$a) m_S ?$$

$$b) R_M ?$$

Outils

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

$$F_c = \frac{mv^2}{R}$$

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$\frac{T^2}{R^3} = cste$$

Transformations d'outils

$$\begin{aligned}
 a) \\
 F_g &= F_c \\
 G \frac{m_s m_T}{R_T^2} &= \frac{m_T v^2}{R_T} \\
 G \frac{m_s}{R_T} &= \left(\frac{2 \pi R_T}{T_T} \right)^2 \\
 m_s &= \frac{4 \pi^2 R_T^3}{G T_T^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) \\
 \frac{T_T^2}{R_T^3} &= \frac{T_M^2}{R_M^3} \\
 R_M^3 &= \frac{R_T^3 \times T_M^2}{T_T^2} \\
 R_M &= \sqrt[3]{\frac{R_T^3 \times T_M^2}{T_T^2}}
 \end{aligned}$$

Conversion

$$\begin{aligned}
 R_T &= 150.10^6 \text{ km} = 150.10^9 \text{ m} \\
 T_T &= 365,25 \text{ jours} = 365,25 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s} = 31.557.600 \text{ s} \\
 T_M &= 687 \text{ jours} = 687 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s} = 59.356.800 \text{ s}
 \end{aligned}$$

Résolution

$$\begin{aligned}
 a) \\
 m_s &= \frac{4 \times 3,1416^2 \times (150.10^9 \text{ m})^3}{6,67.10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2 \times (31.557.600 \text{ s})^2} \\
 m_s &= \frac{39,48 \times (150.10^9 \text{ m})^3}{6,67.10^{-11} \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2 \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2 \times 9,96.10^{14} \text{ s}^2} \\
 m_s &= \frac{39,48 \times 3375000 \times 10^{27} \text{ kg}}{66,33.10^3} \\
 m_s &= \frac{133.245.000 \times 10^{27} \text{ kg}}{66,33.10^3} \\
 m_s &= 2,01.10^{30} \text{ kg}
 \end{aligned}$$

Réponse

3.

Données

$$m_T = 6.10^{24} \text{ kg}$$

$$R_T = 6375 \text{ km}$$

$$G = 6,67.10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2}$$

$$h_{ISS} = 400 \text{ km}$$

$$h_{geostat} = 36\,000 \text{ km}$$

$$T_{geostat} = 24 \text{ h}$$

$$h_{Lune} = 385\,000 \text{ km}$$

Inconnues

- a) v ?
 b) T ?
 c) a_t ?

Outils

$$F_g = G \frac{m_s m_T}{d^2}$$

$$F_c = \frac{m_s v^2}{d}$$

$$F_c = F_g$$

$$F_g = m a_t$$

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{cste}$$

Transformations d'outils

$$R_x = h + R_T$$

$$a) G \frac{m_s m_T}{R_x^2} = \frac{m_s v^2}{R_x}$$

$$G \frac{m_T}{R_x} = v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{G \times m_T}{R_x}}$$

$$v = \sqrt{\frac{G \times m_T}{R_T + h_x}}$$

$$b) \frac{T_{geostat}^2}{R_{geostat}^3} = \frac{T_x^2}{R_x^3}$$

$$T_x^2 = \frac{T_{geostat}^2 \times R_x^3}{R_{geostat}^3}$$

$$T_x = \sqrt{\frac{T_{geostat}^2 \times R_x^3}{R_{geostat}^3}}$$

$$T_x = \sqrt{\frac{T_{geostat}^2 \times (R_T + h_x)^3}{(R_T + h_{geostat})^3}}$$

$$c) m_x a_t = G \frac{m_x m_T}{R_x^2}$$

$$a_t = \frac{G \times m_T}{R_x^2}$$

$$a_t = \frac{G \times m_T}{(R_T + h_x)^2}$$

Conversion

$$R_T = 6375 \text{ km} = 6375\,000 \text{ m}$$

$$h_{ISS} = 400 \text{ km} = 400\,000 \text{ m}$$

$$h_{geostat} = 36\,000 \text{ km} = 36\,000\,000 \text{ m}$$

$$h_{Lune} = 385\,000 \text{ km} = 385\,000\,000 \text{ m}$$

$$T_{geostat} = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$$

Résolution

ISS

$$a) v_{ISS} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N m^2}{kg^2} \times 6 \cdot 10^{24} kg}{6375000 m + 400000 m}}$$

$$v_{ISS} = \sqrt{\frac{40 \cdot 10^{13} \frac{kg^2 m^3}{s^2 kg^2}}{6775000 m}}$$

$$v_{ISS} = \sqrt{\frac{40 \cdot 10^{13} \frac{m^2}{s^2}}{6,775 \cdot 10^6}}$$

$$v_{ISS} = \sqrt{5,9 \cdot 10^7 \frac{m^2}{s^2}}$$

$$v_{ISS} = 7681 \frac{m}{s}$$

$$b) T_{ISS} = \sqrt{\frac{(86400 s)^2 \times (6375000 m + 400000 m)^3}{(6375000 m + 36000000 m)^3}}$$

$$T_{ISS} = \sqrt{\frac{7464960000 s^2 \times (6775000 m)^3}{(42375000 m)^3}}$$

$$T_{ISS} = \sqrt{\frac{7,465 \cdot 10^9 s^2 \times 3,11 \cdot 10^{20} m^3}{7,61 \cdot 10^{22} m^3}}$$

$$T_{ISS} = \sqrt{3,05 \cdot 10^7 s^2}$$

$$T_{ISS} = 5523 s$$

$$c) a_t = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N m^2}{kg^2} \times 6 \cdot 10^{24} kg}{(6375000 m + 400000 m)^2}$$

$$a_t = \frac{40 \cdot 10^{13} \frac{kg^2 m^3}{s^2 kg^2}}{4,59 \cdot 10^{13} m^2}$$

$$a_t = 8,72 \frac{m}{s^2}$$

Satellite géostationnaire

$$a) v_{geostat} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N m^2}{kg^2} \times 6 \cdot 10^{24} kg}{6375000 m + 36000000 m}}$$

$$v_{geostat} = \sqrt{\frac{40 \cdot 10^{13} \frac{kg^2 m^3}{s^2 kg^2}}{42375000 m}}$$

$$v_{geostat} = \sqrt{\frac{40 \cdot 10^{13} \frac{m^2}{s^2}}{4,2375 \cdot 10^7}}$$

$$v_{geostat} = \sqrt{9,44 \cdot 10^6 \frac{m^2}{s^2}}$$

$$v_{geostat} = 3073 \frac{m}{s}$$

$$b) T_{geostat} = 24 h = 86400 s$$

$$c) a_t = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N m^2}{kg^2} \times 6 \cdot 10^{24} kg}{(6375000 m + 36000000 m)^2}$$

$$a_t = \frac{40 \cdot 10^{13} \frac{kg^2 m^3}{s^2 kg^2}}{1,796 \cdot 10^{15} m^2}$$

$$a_t = 0,223 \frac{m}{s^2}$$

Lune

$$a) v_{Lune} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N m^2}{kg^2} \times 6 \cdot 10^{24} kg}{6375000 m + 385000000 m}}$$

$$v_{Lune} = \sqrt{\frac{40 \cdot 10^{13} \frac{kg^2 m^3}{s^2 kg^2}}{391375000 m}}$$

$$v_{Lune} = \sqrt{\frac{40 \cdot 10^{13} \frac{m^2}{s^2}}{3,91 \cdot 10^8}}$$

$$v_{Lune} = \sqrt{10,3 \cdot 10^5 \frac{m^2}{s^2}}$$

$$v_{Lune} = 1011 \frac{m}{s}$$

$$b) T_{Lune} = \sqrt{\frac{(86400 s)^2 \times (6375000 m + 385000000 m)^3}{(6375000 m + 36000000 m)^3}}$$

$$T_{Lune} = \sqrt{\frac{7464960000 s^2 \times (391375000 m)^3}{(42375000 m)^3}}$$

$$T_{Lune} = \sqrt{\frac{7,465 \cdot 10^9 s^2 \times 5,995 \cdot 10^{25} m^3}{7,61 \cdot 10^{22} m^3}}$$

$$T_{Lune} = \sqrt{5,88 \cdot 10^{12} s^2}$$

$$T_{Lune} = 2425151 s$$

$$6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N m^2}{kg^2} \times 6 \cdot 10^{24} kg$$

$$c) a_t = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N m^2}{kg^2} \times 6 \cdot 10^{24} kg}{(6375000 m + 385000000 m)^2}$$

$$a_t = \frac{40 \cdot 10^{13} \frac{kg^2 m^3}{s^2 kg^2}}{1,48 \cdot 10^{17} m^2}$$

$$a_t = 27,1 \cdot 10^{-4} \frac{m}{s^2}$$

$$a_t = 2,71 \cdot 10^{-3} \frac{m}{s^2}$$

Conversion de sortie

ISS

$$a) 7881 m/s = 27667 km/h$$

$$b) 5523 s = 1 h 32 min 3 s$$

Satellite géostationnaire

$$a) 3073 \text{ m/s} = 11063 \text{ km/h}$$

Lune

$$a) 1011 \text{ m/s} = 3640 \text{ km/h}$$

$$b) 2425151 \text{ s} = 28 \text{ j } 1 \text{ h } 22 \text{ min}$$

Réponse

ISS

L'ISS évolue à une vitesse de 27 667 km/h. Sa période orbitale est de 1 heure 32 minutes et 3 secondes. A cette altitude, l'accélération due à la Terre est de $8,72 \text{ m/s}^2$.

Satellite géostationnaire

Un satellite géostationnaire évolue à une vitesse de 11 063 km/h. Sa période orbitale par définition est de 24 heures. A cette altitude, l'accélération due à la Terre est de $0,223 \text{ m/s}^2$.

Lune

La Lune évolue à une vitesse de 3 640 km/h. Sa période orbitale est de 28 jours 1 heure et 22 minutes. En son centre l'accélération due à la Terre est de $0,0032 \text{ m/s}^2$.

4.

Données

$$m = 2,5 \text{ kg}$$

$$P = 4,2 \text{ N}$$

$$R_L = 1736 \text{ km}$$

Inconnue

$$a) a_L ?$$

$$b) M_L ?$$

Outils

$$P = m_o a_L$$

$$F_g = G \frac{m_o m_L}{d^2}$$

$$P = F_g$$

Transformation

a)

$$a_L = \frac{P}{m}$$

b)

$$m_o \times a_L = G \frac{m_o m_L}{R_L^2}$$

$$a_L = G \frac{m_L}{R_L^2}$$

$$m_L = \frac{a_L \times R_L^2}{G}$$

Résolution

$$a) a_L = \frac{4,2 N}{2,5 kg} \quad m_L = \frac{1,68 m/s^2 \times (1.736.000 m)^2}{6,67.10^{-11} kg m/s^2 m^2 kg^2}$$

$$a_L = 1,68 \frac{m}{s^2} \quad m_L = \frac{5,063.10^{12} kg}{6,67.10^{-11}}$$

$$m_L = 7,59.10^{22} kg$$

Réponse

- a) L'accélération sur la Lune est de 1,68 m/s², soit est 6 fois moindre que sur Terre.
 b) La masse de la Lune est de 7,59.10²² kg

5.

$$\frac{G m_s m_T}{R^2} = \frac{m_T v^2}{R}$$

$$\frac{G m_s}{R} = v^2$$

$$\frac{G m_s}{R} = \left(\frac{2 \pi R}{T} \right)^2$$

$$\frac{G m_s}{R} = \frac{4 \pi^2 R^2}{T^2}$$

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4 \pi^2}{G m_s}$$

6.

Données

$$m_J = 318 m_T$$

$$R_J = 11 R_T$$

Inconnue

$$P_J = x P_T$$

$$k = \frac{P_J}{P_T} \left(= \frac{a_J}{a_T} \right)$$

Outils

$$P_x = m a_x$$

$$P_x = G \frac{m m_x}{R_x^2}$$

Transformations

$$k = \frac{P_J}{P_T}$$

$$k = \frac{G \frac{m m_J}{R_J^2}}{G \frac{m m_T}{R_T^2}}$$

$$k = \frac{\frac{m_J}{R_J^2}}{\frac{m_T}{R_T^2}}$$

$$k = \frac{m_J R_T^2}{m_T R_J^2}$$

$$k = \frac{318 m_T R_T^2}{m_T 11 R_T^2}$$

Résolution

$$k = \frac{318}{11^2}$$

$$k = 2,63$$

Réponse

Le poids du Jupiter sera 2,63 plus élevé que sur Terre.