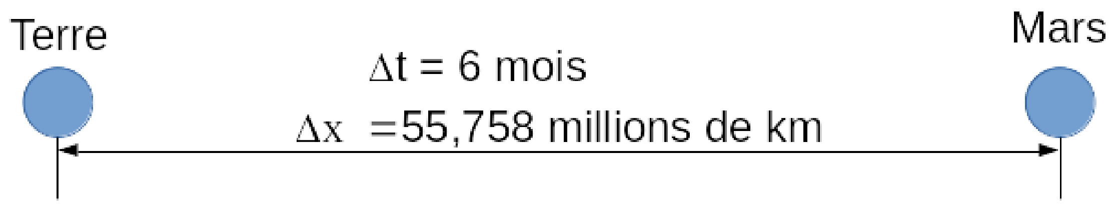
1 Exercice 1 : sonde spatiale

1.1 Données



- $\Delta x = 55,758.10^6 km$
- $\Delta t = 6 mois$

1.2 Inconnues

$v =?$

1.3 Outils

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{1}$$

1.4 Transformation

$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

1.5 Conversion d'entrée

$6mois = 6 \times 30,5jours$
$6mois = 183jours$
$6mois = 183 \times 24heures$
$6mois = 4.392heures$

1.6 Résolution numérique

$$v = \frac{55,758.10^6 km}{4.392heures}$$
$$v = 12.695km/h$$

1.7 Conversion de sortie

1.8 Validation

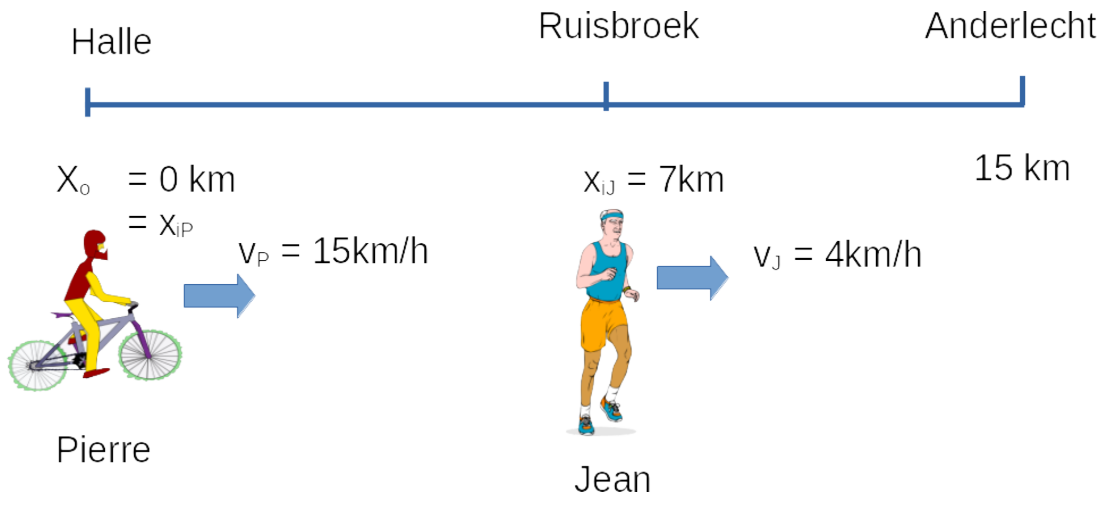
La réponse est plausible.

1.9 Réponse

Pour un voyage de 6 mois, la vitesse minimale de la sonde devra être de 12 695 km/h.

2 Exercice 2 : Halle-Ruisbroek-Anderlecht

2.1 Données



- $t_o = t_i = 0(10h)$
- $x_o = x_{iP} = 0(Halle)$
- $x_{iJ} = 7km(Ruisbroek)$
- $v_P = 15km/h$
- $v_J = 4km/h$

2.2 Inconnues

a) $t_x = ?$
b)$x_x = ?$

2.3 Outils

$$x_f = x_i + v.\Delta t \tag{1}$$

$$\Delta t = t_f - t_i \tag{2}$$

2.4 Transformation

a)

$$x_x = x_f$$
$$x_{iP} + v_P.\Delta t = x_iJ + v_J.\Delta t$$
$$x_{iP} + v_P.(t_x - t_i) = x_{iJ} + v_J.(t_x - t_i)$$
$$v_P.(t_x - t_i) = x_{iJ} + v_J.(t_x - t_i)$$
$$v_P.t_x = x_{iJ} + v_J.t_x$$
$$v_P.t_x - v_J.t_x = x_{iJ}$$
$$t_x.(v_P - v_J) = x_{iJ}$$
$$t_x. = \frac{x_{iJ}}{v_P - v_J}$$

b)

$$x_x = v_P.\Delta t$$
$$x_x = v_P.t_f$$

2.5 Conversion d'entrée

2.6 Résolution numérique

a)

$$t_{x}. = \frac{7km}{15km/h - 4km/h}$$

$$t_{x}. = \frac{7km}{11km/h}$$

$$t_{x}. = \frac{7}{11}h$$

b)

$$x_x = 15km/h.\frac{7}{11}h$$

$$x_x = 15km/h.\frac{7}{11}h$$

$$x_x = 9,545km$$

2.7 Conversion de sortie

$\frac{7}{11}h = 0,636h$
$\frac{7}{11}h = 0,636 \times 60min$
$\frac{7}{11}h = 38,182min$
$\frac{7}{11}h = 38min + (0,182 \times 60sec)$
$\frac{7}{11}h = 38min11sec$

2.8 Validation

$$x_x = x_{iJ} + v_J.t_f$$

$$x_x = 7km + (4km/h \times 0,636h)$$

$$x_x = 9,544km$$

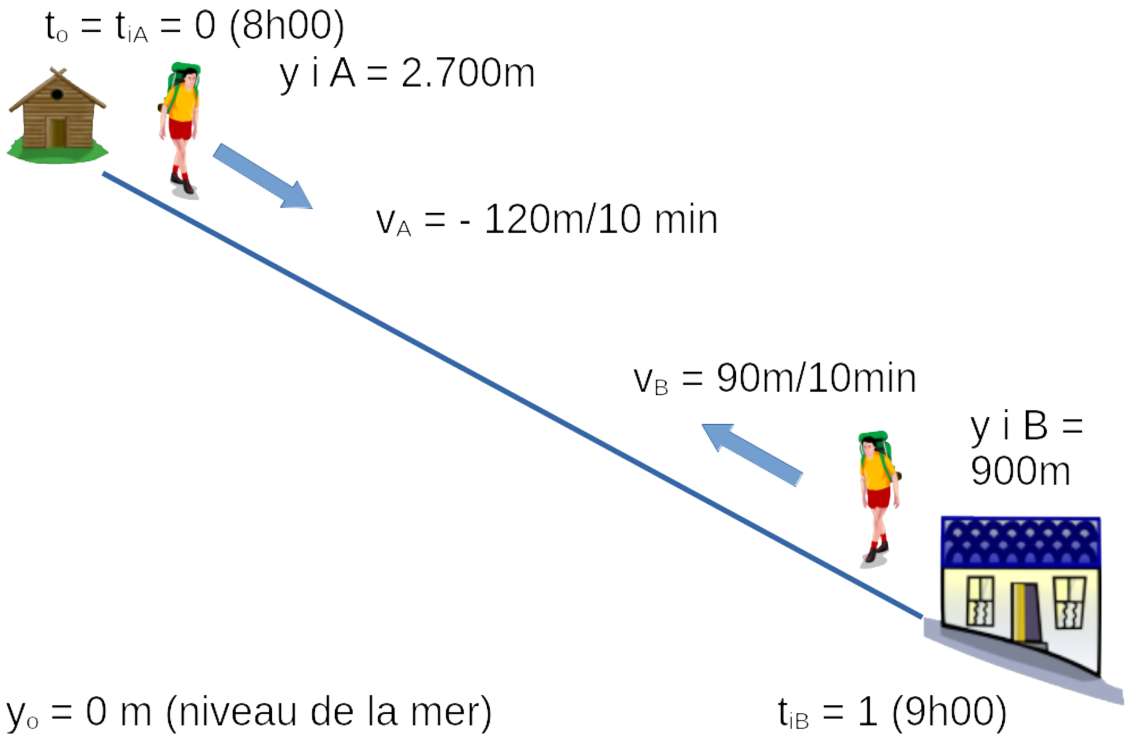
$$9,545km \simeq 9,544km$$

2.9 Réponse

Pierre dépasse Jean à 9,545 km de Halle à 10 heure 38 minutes et 11 secondes

3 Exercice 3 : Croisement de randonneurs

3.1 Données



- $t_o = t_iA = 0(8h00)$
- $t_iB = 1(9h00)$
- $y_iA = 2.700m$
- $y_iB = 900m$
- $v_A = -\frac{120m}{10min}$
- $v_B = \frac{90m}{10min}$

3.2 Inconnues

a) t_x
b) x_x

3.3 Outils

$$x_f = x_i + v.\Delta t \tag{1}$$

$$\Delta t = t_f - t_i \tag{2}$$

3.4 Transformation

a)

$$y_x = y_f$$

$$y_{iA} + v_A.\Delta t = y_{iB} + v_B.\Delta t$$

$$y_{iA} + v_A.(t_x - t_iA) = y_{iB} + v_B.(t_x - t_iB)$$

$$y_{iA} + v_A.t_x = y_{iB} + v_B.(t_x - t_iB)$$

$$(v_A.t_x) - v_B.(t_x - t_{iB}) = y_{iB} - y_{iA}$$
$$v_A.t_x - v_B.t_x + v_B t_i B = y_{iB} - y_{iA}$$
$$t_x.(v_A - v_B) = y_{iB} - y_{iA} - v_B.t_{iB}$$
$$t_x = \frac{y_{iB} - y_{iA} - v_B.t_{iB}}{v_A - v_B}$$

b)

$$y_x = y_{iA} + v_A.(t_x - t_{iA})$$
$$y_x = y_{iA} + (v_A.t_x)$$

3.5 Conversion d'entrée

$-\frac{120m}{10min} = -12m/min$
$\frac{90m}{10min} = 9m/min$
$1h = 60min$

3.6 Résolution numérique

a)

$$t_x = \frac{900m - 2.700m - 9m/min.60min}{-12m/min - 9m/min}$$
$$t_x = \frac{-1.800m - 540m}{-21m/min}$$
$$t_x = \frac{-2.340m}{-21m/min}$$
$$t_x = 111,43min$$

b)

$$y_x = 2.700m + (-12m/min.111,43min)$$
$$y_x = 2.700m - 1.337m$$
$$y_x = 1.363m$$

3.7 Conversion de sortie

$111,43min = 1h51,43min$
$111,43min = 1h51min26sec$

3.8 Validation

$$y_x = y_{iB} + v_B.(t_x - t_{iB})$$
$$y_x = 900m + 9m/min.(111,43 - 60min)$$
$$y_x = 900m + 462,87m)$$
$$y_x = 1.362,87m)$$

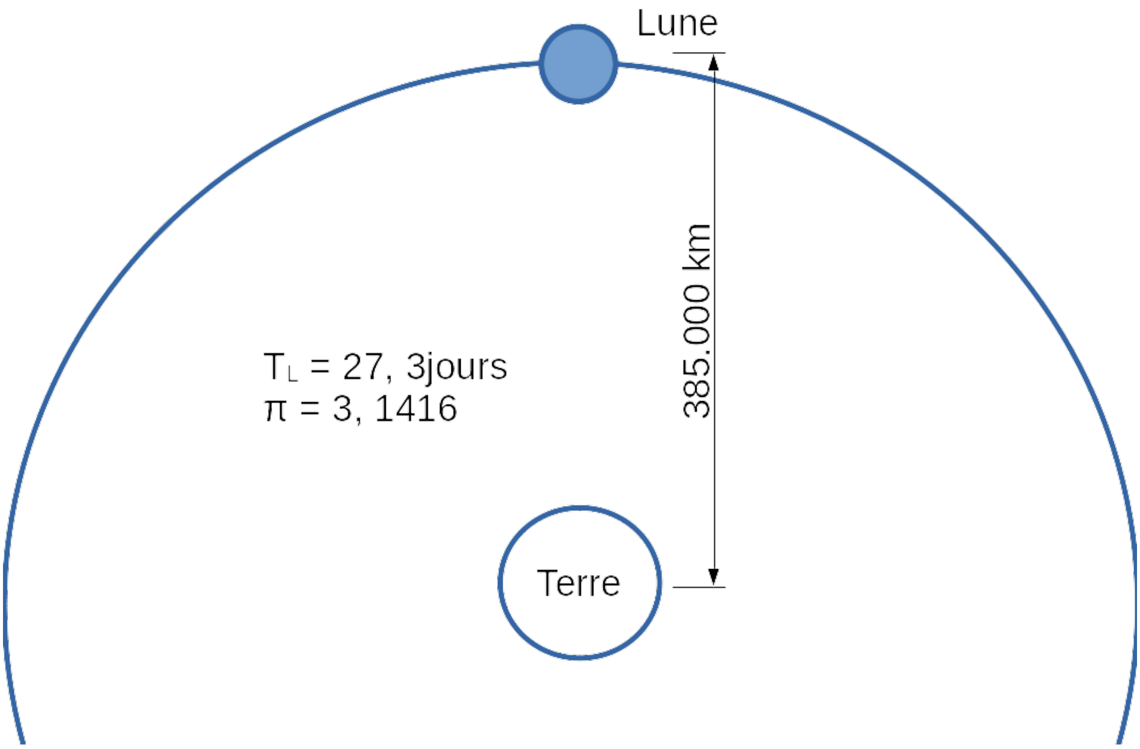
$$1363m \simeq 1.362,87m)$$

3.9 Réponse

Les deux groupes se croiseront à 1.363 mètres d'altitude à 9h 51 min et 26 secondes.

4 Exercice 4 : Terre-Lune

4.1 Données



- $R = 385.000km$
- $T_L = 27,3jours$
- $\pi = 3,1416$

4.2 Inconnues

a) $v_\alpha =?$
b) Circonférence $C =?$
c) $v =?$

4.3 Outils

$$C = 2\pi R \tag{1}$$

$$v = v_\alpha R \tag{2}$$

$$v = \frac{C}{T} \tag{3}$$

4.4 Transformation

b) $C = 2\pi R$
c) $v = \frac{C}{T}$
a) $v_\alpha = \frac{v}{R}$

4.5 Conversion d'entrée

$27,3jours = 27,3 \times 24h$ $27,3jours = 655,2h$

4.6 Résolution numérique

b)

$$C = 2\pi 385.000 km$$

$$C = 2.419.032 km$$

c)

$$v = \frac{2.419.032 km}{655,2 h}$$

$$v = 3692 km/h$$

a)

$$v_\alpha = \frac{3692 km/h}{385.000 km}$$

$$v_\alpha = 0,00959 radian/h$$

4.7 Conversion de sortie

$0,00959 radian/h = 0,00959 \times 24 radian/jour = 0,23 radian/jour$
$0,23 radian/jour = \frac{0,23 \times 180°}{\pi}/jour$
$0,23 radian/jour = 13,19°/jour$

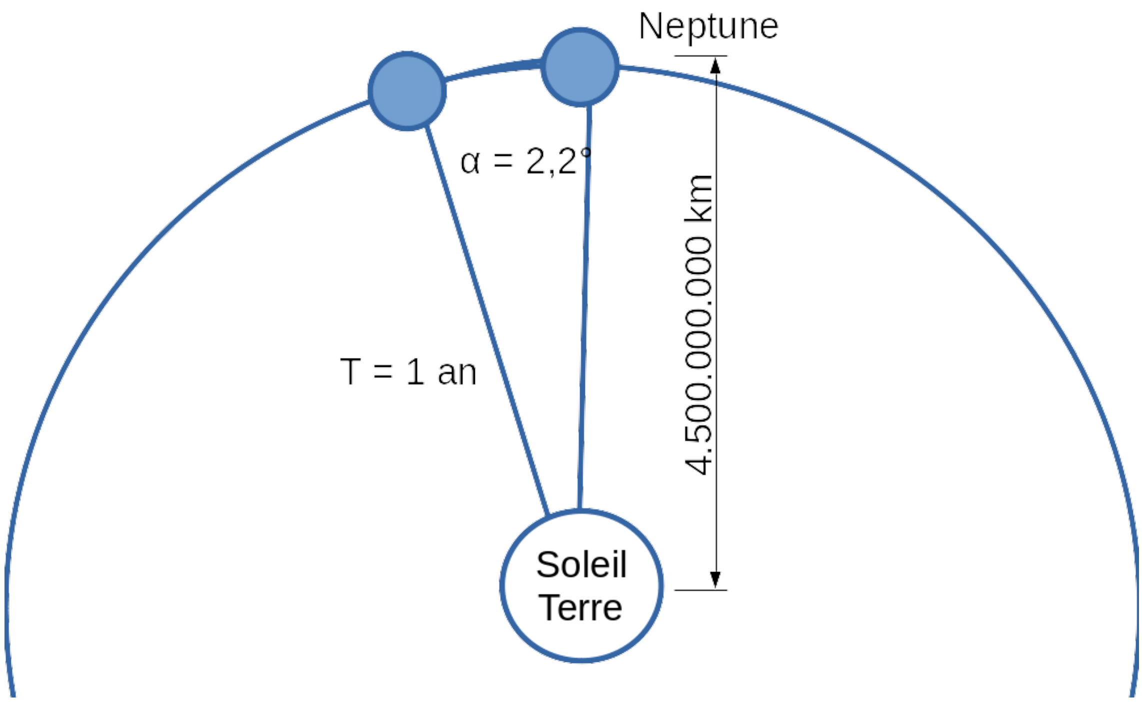
4.8 Validation

L'ensemble des valeurs obtenues semblent plausibles.

4.9 Réponse

a) La vitesse angulaire de la Lune est de $13,19°/jour$.
b) La distance parcourue par la Lune sur une révolution est de 2.419.032 km.
c) La vitesse orbitale de la Lune est de 3.692 km/h.

5 Exercice 5 : Neptune



5.1 Données

— $\Delta\alpha = 2,2°$
— $R = 4.500.000.000 km$
— $\Delta t = 1 an$

5.2 Inconnues

a) $\Delta x = ?$
b) $v = ?$

5.3 Outils

$$\Delta x = \Delta\alpha . R \tag{1}$$

$$v = v_\alpha R \tag{2}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{3}$$

5.4 Transformation

a) $\Delta x = \Delta\alpha . R$
b) $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

5.5 Conversion d'entrée

$1an = 1 \times 365 jours$ $1an = 365 \times 24 heures$ $1an = 8760 heures$
$2,2° = \frac{2,2 \times \pi}{180} radians$ $1° = 0,0384 radians$

5.6 Résolution numérique

a)

$$\Delta x = 0,0384 radians \times 4.500.000.000 km$$

$$\Delta x = 172.788.000 km$$

b)

$$v = \frac{172.788.000 km}{8.760 heures}$$
$$v = 19.725 km/h$$

5.7 Conversion de sortie

5.8 Validation

Vitesse calculée sur base de la période orbitale.

$$v = \frac{2.\pi R}{165 ans}$$
$$v = \frac{2.\pi \times 4.500.000.000 km}{165 \times 365 \times 24 heures}$$
$$v = 19.562 km/h$$

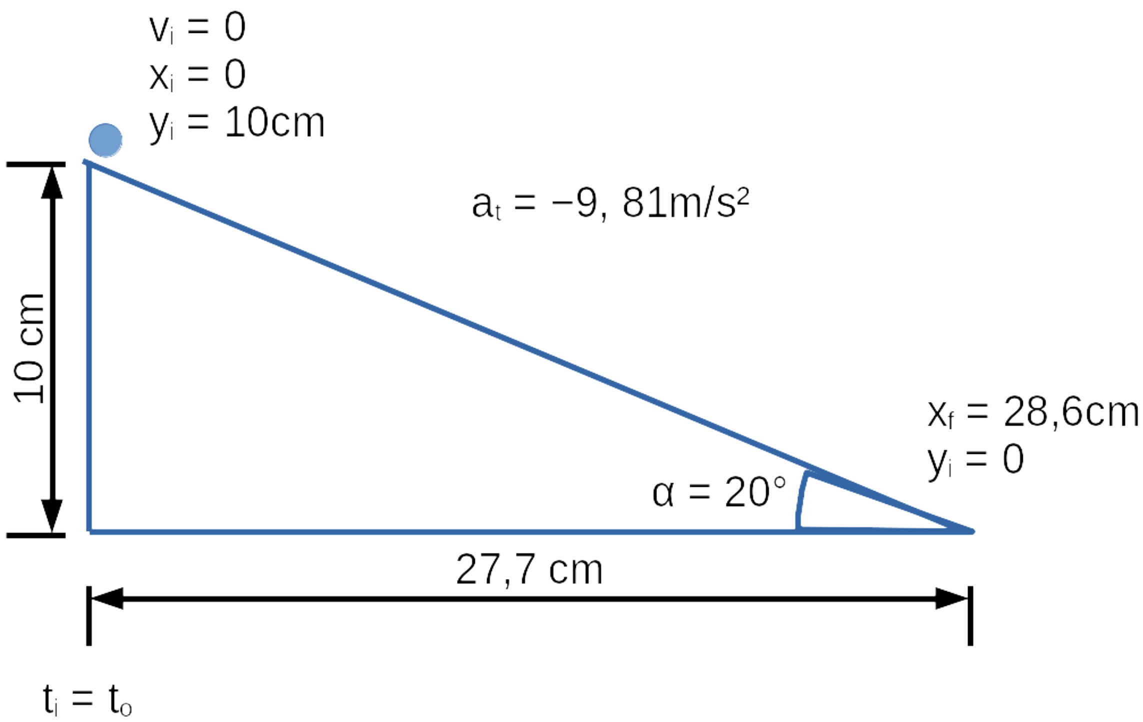
$$19.725 km/h \simeq 19.562 km/h$$

5.9 Réponse

En un an, Neptune aura parcouru 172.788.000 km à une vitesse de 19.725 km/h.

6 Exercice 6 : Bille

6.1 Données



- $t_i = t_o$
- $v_i = 0$
- $x_i = 0$; $y_i = 10cm$
- $x_f = 27,7cm$; $y_i = 0$
- $H = 10cm$
- $L = 27,7cm$
- $\alpha = 20°$
- $a_t = -9,81m/s^2$

6.2 Inconnues

$v_f = ?$

6.3 Outils

$$F = \frac{P}{\sqrt{1 + (\frac{L}{H})^2}} \tag{1}$$

$$F = Psin(\alpha) \tag{2}$$

$$F = m.a \tag{3}$$

$$P = m.a_t \tag{4}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{5}$$

$$x_f = x_i + v_i.\Delta t + \frac{a.(\Delta t)^2}{2} \tag{6}$$

6.4 Transformation

Suivant l'axe y :

$$0 = y_i + v_i.\Delta t + \frac{a_t.(\Delta t)^2}{2}$$

$$0 = y_i + \frac{a_t.(t_f)^2}{2}$$

$$-y_i = \frac{a_t.(t_f)^2}{2}$$

$$(t_f)^2 = \frac{-2y_i}{a_t}$$

$$t_f = \sqrt{\frac{-2y_i}{a_t}}$$

Suivant l'axe de déplacement :

$$a = \frac{v_f}{t_f}$$

$$v_f = a.t_f$$

Suivant (1)

$$m.a = \frac{m.a_t}{\sqrt{1+(\frac{L}{H})^2}}$$

$$a = \frac{a_t}{\sqrt{1+(\frac{L}{H})^2}}$$

Donc :

$$v_f = \frac{a_t}{\sqrt{1+(\frac{L}{H})^2}}.\sqrt{\frac{-2y_i}{a_t}}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{a_t^2}{1+(\frac{L}{H})^2}}.\sqrt{\frac{-2y_i}{a_t}}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{-2y_i.a_t}{1+(\frac{L}{H})^2}}$$

Suivant (2)

$$m.a = m.a_t sin(\alpha)$$

$$a = a_t sin(\alpha)$$

Donc :

$$v_f = a_t sin(\alpha).\sqrt{\frac{-2y_i}{a_t}}$$

$$v_f = sin(\alpha).\sqrt{-2y_i.a_t}$$

6.5 Conversion d'entrée

$10cm = 0,1m$
$27,7cm = 0,277m$

6.6 Résolution numérique

Suivant (1) :

$$v_f = \sqrt{\frac{-2 \times 0,1m \times -9,81m/s^2}{1 + (\frac{0,277m}{0,1m})^2}}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{1,962m^2/s^2}{8,6176}}$$

$$v_f = 0,477m/s$$

Suivant (2) :

$$v_f = sin(20°).\sqrt{-2 \times 0,1m \times -9,81m/s^2}$$

$$v_f = 0,342 \times \sqrt{1,962m^2/s^2}$$

$$v_f = 0,479m/s$$

6.7 Conversion de sortie

6.8 Validation

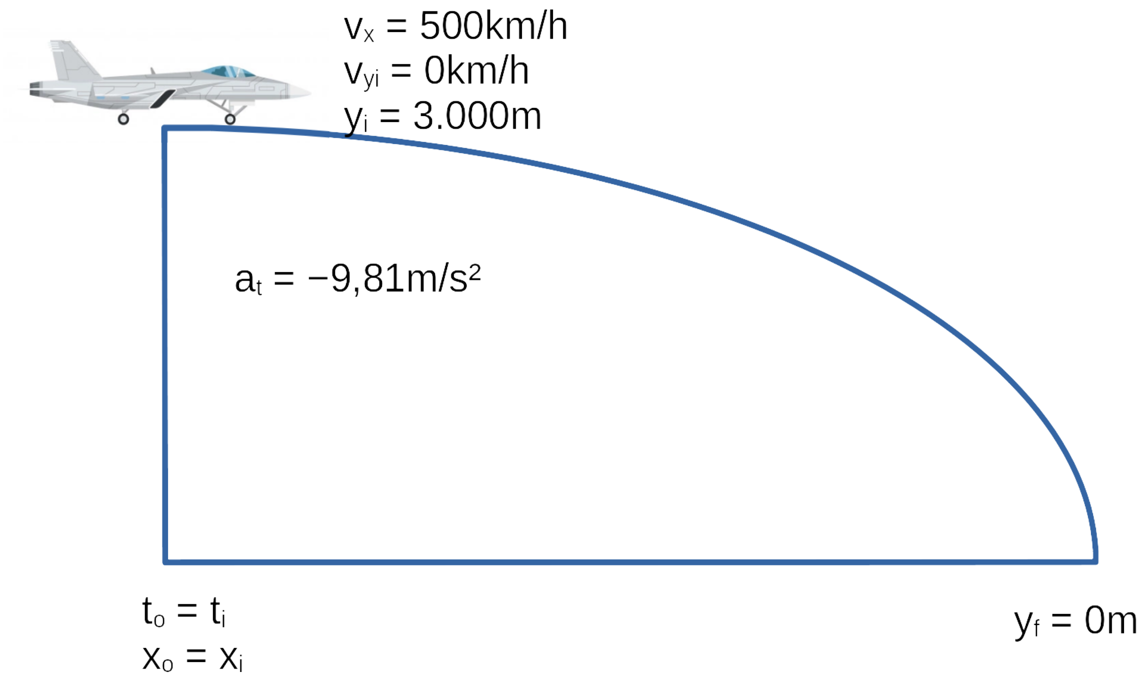
$0,477m/s \simeq 0,479m/s$

6.9 Réponse

La vitesse de la bille au pied du plan incliné sera approximativement de 0,48 m/s

7 Exercice 7 : Bombardier

7.1 Données



- $v_x = 500km/h$
- $v_{yi} = 0km/h$
- $a_t = -9,81m/s^2$
- $t_o = t_i$
- $x_o = x_i$
- $y_i = 3.000m$
- $y_f = 0m$

7.2 Inconnues

a) $t_f =?$
b) $x_f =?$

7.3 Outils

MRU

$$x_f = x_i + v_x.\Delta t \quad (1)$$

$$v_x = \frac{\Delta t}{\Delta t} \quad (2)$$

MRUA

$$y_f = y_i + v_{yi}.\Delta t + \frac{a_t.(\Delta t)^2}{2} \quad (3)$$

$$a_t = \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \quad (4)$$

7.4 Transformation

a)

$$0 = y_i + 0.\Delta t + \frac{a_t.(\Delta t)^2}{2}$$
$$-y_i = \frac{a_t.(\Delta t)^2}{2}$$
$$-2.y_i = a_t.(\Delta t)^2$$
$$(\Delta t)^2 = \frac{-2.y_i}{a_t}$$
$$\Delta t = \sqrt{\frac{-2.y_i}{a_t}}$$
$$t_f = \sqrt{\frac{-2.y_i}{a_t}}$$

b)

$$x_f = x_i + v_x.\Delta t$$
$$x_f = v_x.t_f$$

7.5 Conversion d'entrée

$500km/h = \frac{500.000m}{3600s} = 139m/s$

7.6 Résolution numérique

a)

$$t_f = \sqrt{\frac{-2 \times 3000m}{-9,81m/s^2}}$$
$$t_f = \sqrt{\frac{6000m}{9,81m/s^2}}$$
$$t_f = 24,73s$$

b)

$$x_f = 139m/s.24,73s$$
$$x_f = 3.438m$$

7.7 Conversion de sortie

7.8 Validation

Validation suivant l'axe y

$$y_f = y_i + v_{yi}.\Delta t + \frac{a_t.(\Delta t)^2}{2}$$
$$y_f = 3.000m + 0.\Delta t + \frac{-9,81m/s^2.(24,73s)^2}{2}$$
$$y_f = 3.000m - 2.999,765$$
$$y_f \simeq 0m$$

Réponse validée.

7.9 Réponse

La bombe devra être larguée à 3438 m de l'objectif et 24,73 seconds avant l'impact.

8 Exercice 8 : Train

8.1 Données

- $m_{train} = 100\,tonnes$
- $t_o = t_i = 0$
- $t_o = t_f = 3\,min$
- $v_i = 0\,km/h$
- $v_f = 90\,km/h$

8.2 Inconnues

a) $x_f = ?$
b) $F_{train} = ?$
c) $P_{train} = ?$

8.3 Outils

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{1}$$

$$x_f = x_i + v_i.\Delta t + \frac{a.(\Delta t)^2}{2} \tag{2}$$

$$F = m.a \tag{3}$$

$$E_{meca} = F.x \tag{4}$$

$$P = \frac{E_{meca}}{\Delta t} \tag{5}$$

8.4 Transformation

a)

$$x_f = \frac{a.(\Delta t)^2}{2}$$

$$x_f = \frac{\frac{v_f}{\Delta t}.(\Delta t)^2}{2}$$

$$x_f = \frac{\frac{v_f}{t_f}.(t_f)^2}{2}$$

$$x_f = \frac{v_f.t_f}{2}$$

b)

$$F = m.a$$
$$F = m.\frac{v_f}{t_f}$$

c)

$$P = \frac{F.x_f}{t_f}$$

8.5 Conversion d'entrée

$100\,tonnes = 100.000kg$
$3\,min = 180s$
$90km/h = \frac{90.000m}{3.600s} = 25m/s$

8.6 Résolution numérique

a)

$$x_f = \frac{25m/s.180s}{2}$$
$$x_f = 2.250m$$

b)

$$F = 100.000kg.\frac{25m/s}{180s}$$
$$F = 100.000kg.\frac{25m/s}{180s}$$
$$F = 13.889N$$

c)

$$P = \frac{13.889N.2.250m}{180s}$$
$$P = 173612,5W$$

8.7 Conversion de sortie

$2.250m = 2,25km$
$13.889N = 1.389kgf = 1,389$ tonne-force.
$173.612,5W = 173,6125kW$

8.8 Validation

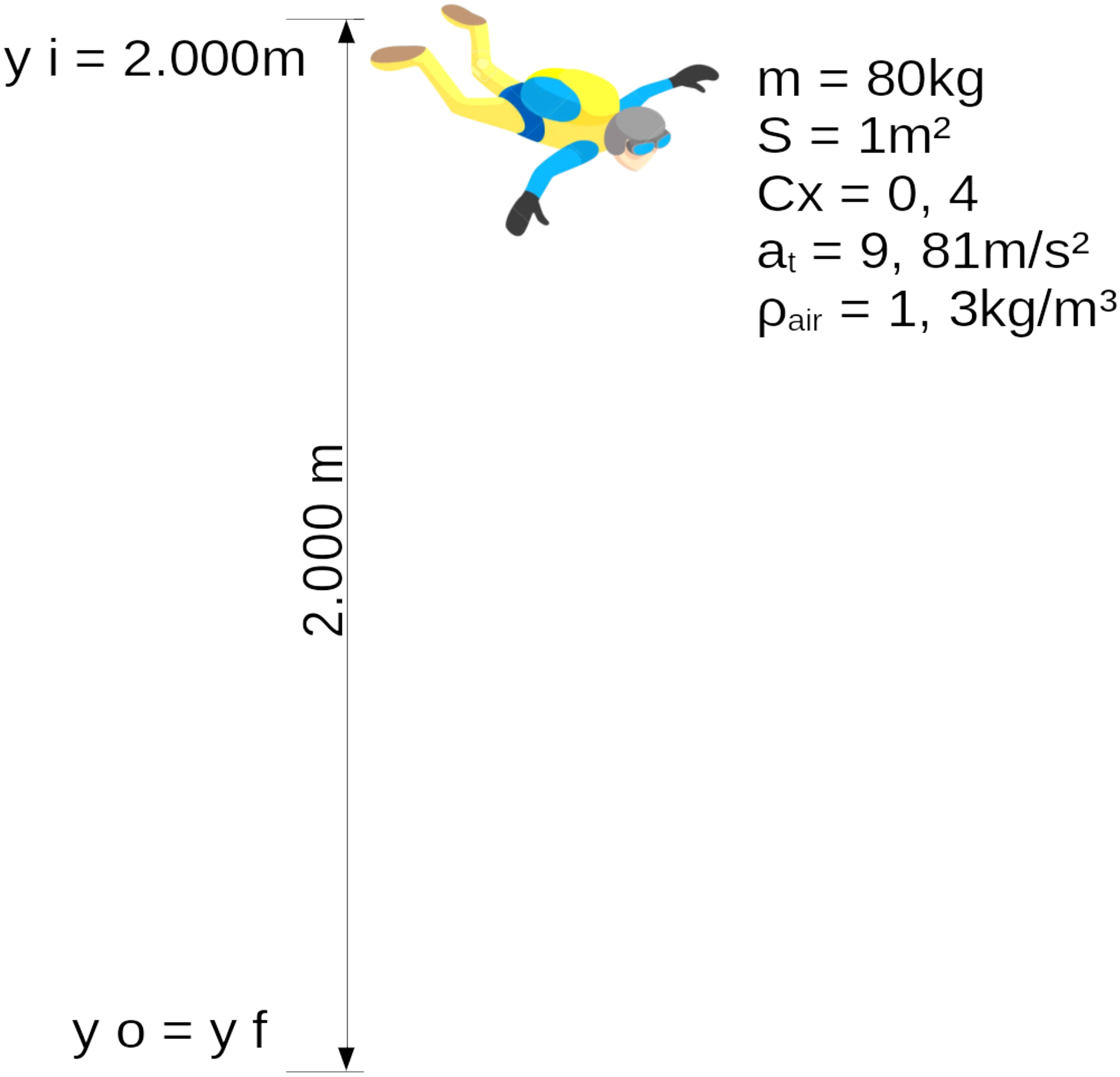
Le déplacement du train après trois minutes semble probable. Sa force ce de traction semble aussi vraisemblable.

8.9 Réponse

a) Aprés 3 minutes, le train aura parcouru 2,25 kilomètres.
b) La force de la locomotive sera de 13 889 Newtons.
c) La puissance de la locomotive sera de 173,6125 kiloWatts.

9 Exercice 9 : Chute libre

9.1 Données



- $m = 80kg$
- $y_i = 2.000m$
- $y_o = y_f$
- $S = 1m^2$
- $Cx = 0,4$
- $a_t = 9,81m/s^2$
- $\rho_{air} = 1,3kg/m^3$

9.2 Inconnues

$v = ?$

9.3 Outils

$$P = m.a_t \tag{1}$$

$$P = F_f \tag{2}$$

$$F_f = \frac{1}{2}\rho.C_x.S.v^2 \tag{3}$$

9.4 Transformation

$$m.a_t = \frac{1}{2}\rho.C_x.S.v^2$$
$$v^2 = \frac{2.m.a_t}{\rho.C_x.S}$$
$$v = \sqrt{\frac{2.m.a_t}{\rho.C_x.S}}$$

9.5 Conversion d'entrée

9.6 Résolution numérique

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 80kg \times 9,81m/s^2}{1,3kg/m^3 \times 0,4 \times 1m^2}}$$
$$v = \sqrt{\frac{1.569,6kg.m/s^2}{0,52kg.m^2/m^3}}$$
$$v = \sqrt{3018m^2/s^2}$$
$$v = 54,94m/s$$

9.7 Conversion de sortie

$54,94m/s = \frac{0,05494m}{1/3600s} = 198km/h$

9.8 Validation

La vitesse semble réaliste.

9.9 Réponse

La vitesse de la chute libre de cet homme s'équilibrera à 198 km/h.